Électromagnétisme

T.D N°1 d'électromagnétisme

champ électromagnétique en régime permanent

⋆ **Exercice 1 :Distribution surfacique en** $cos\theta$
On considère la superposition de deux distributions de charge caractérisées par des charges volumiques uniformes de valeurs respectives ρ_0 et $-\rho_0$.ces charges sont réparties dans deux sphères de rayon R dont les rayons sont distants de $a << R$. Montrer que cette distribution est équivalente à une distribution surfacique dont on calculera la densité en fonction de $\rho_0, a et \theta = (\overrightarrow{e}_z, \overrightarrow{e}_r)$

⋆ **Exercice 2 :Champs électrostatique crée par une distribution volumique radiale, en 1/r et écrantée**
On considère une distribution volumique de charge, à symétrie sphérique, de la forme :

$$\rho(r) = \frac{q}{4\pi a^2 r}\exp(-\frac{r}{a})$$

1. Trouver le champ électrostatique radial produit par cette distribution.
2. Quelle est la charge contenue dans la sphère, centrée à l'origine et de rayon r ? que devient cette charge lorsque r tend vers 0 et lorsque r tend vers l'infini ?

⋆ **Exercice 3 :Champs électrostatique crée par une distribution volumique écrantée**

1. Quel est le champ électrostatique radial produit par une distribution volumique de charge, à symétrie sphérique, de la forme : $\rho(r) = \rho_0 \exp(-\frac{r}{a})$, en un point M, situé à la distance R de l'origine ?
2. Étudier le cas où R est très grande devant a.

⋆ **Exercice 4 :Pénétration d'une particule dans u gaz chargé**
La région $|z| < \frac{a}{2}$ représentée sue la figure par l'inéquation contient des charges électriques ponctuelles identiques q uniformément réparties avec une densité particulaire n.

1. Etablir, en fonction de z, les expressions du champ et de potentiel crées par cette distribution.
2. Une particule, de même charge q, située initialement en un point I de l'axe Oz, de coord. $-d$, pénètre dans le plasma suivant l'axe Oz. Quelle doit être la valeur maximale de son énergie cinétique initiale pour que la particule puisse traverser le plasma.

⋆ **Exercice 5 :énergie électrostatique d'un système symétrique de charges élémentaires**

1. Calculer l'énergie électrostatique d'un système à quatre électrons régulièrement espacés sur un cercle de rayon r au centre du quelle se trouve un proton.
2. Si on abandonne un tel système, comment varie r ?

⋆ **Exercice 6 :modèle quantique de l'atome d'hydrogène La théorie quantique**

1. établir que la charge électronique d'un atome d'hydrogène dans l'état fondamental est répartie autour du proton avec une densité $\rho_e = A\exp(-2\frac{r}{a})$ où A est une cste et a le rayon de bohr $a = 0,53pm$
2. Déterminer A sachant que la primitivité de $u^2\exp(-u)$ est$-(u + 2u + 2)\exp(-u)$.
3. Calculer le champ et le potentiel électrostatiques crées par cet atome.
4. Discuter les cas extrêmes où $\frac{r}{a} >> 1$ et$\frac{r}{a} << 1$

⋆ **Exercice 7 :champ et potentiel électrostatique crées par une double couche sphérique**
On considère la dist. De charges formée par une sphère (rayon R_1), de charge Q répartie uniformément en volume, entourée par une couche sphérique (rayon R_2 et R_3 , tels que $R_1<R_2<R_3$),de charge -Q répartie uniformément en volume. Calculer le champ et le potentiel en tout point de la distribution.

⋆ **Exercice 8 :Potentiel de YUKAWA**
On considère une distribution de charge ayant la symétrie sphérique autour d'un point fixe O. Le potentiel est donné à une distance r par l'expression (Potentiel de Yukawa) :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\exp -\frac{r}{a}$$

(q et a sont des constantes positives)

1. Calculer le champ E à une distance r de O ; examiner les cas particuliers $r << a$ et $r >> a$; quelle est la signification de a ?
2. Calculer le flux $\Phi(r)$ sortant d'une sphère de rayon r et en déduire que la distribution de charges est équivalente à une charge ponctuelle placée en O et à une répartition volumique de charges caractérisée par $\rho(r)$, que l'on déterminera.

⋆ **Exercice 9 :Effet MEISSNER**
Un modèle microscopique de la conduction électrique dans un matériau supraconducteur conduit à poser, dans

la jauge de COULOMB, l'équation de LONDON. Celle-ci relie le vecteur densité de courant volumique $\overrightarrow{j}$ et le potentiel vecteur $\overrightarrow{A}$ en un point du milieu : $\overrightarrow{j} = -\frac{\overrightarrow{A}}{\mu_0\lambda^2}$. Ou $\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n q^2}}$ est la constante de LONDON du matériau (n charges q, de masse m par unité de volume).

1. Quelle est la dimension de λ ? donner sa valeur numérique pour : $n = 10^{29}m^{-3}$; $q = -1,6.10^{-19}C$; $m = 9,1.10^{-31}kg$; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}H.m^{-1}$.
2. Une plaque supraconductrice est plongée dans un champ magnétique uniforme : $\overrightarrow{B_0} = B_0\overrightarrow{e_x}$.
   Cette plaque occupe la zone$(-d \leq z \leq d)$. Le champ magnétique à l'extérieur de la plaque n'est pas modifié par la présence de celle-ci.
   (a) Etablir l'équation traduisant les variations du champ magnétique au sein du matériau supraconducteur.
   (b) En déduire la répartition du champ magnétique lorsque la plaque est présente et discuter Les variations de son amplitude en fonction de l'abscisse z pour $d \gg \lambda$.Le résultat obtenu permet-il de comprendre que la plaque ne modifié pas la valeur du champ en dehors de celle-ci ?
   (c) Quelle est la densité volumique de courant électrique $\overrightarrow{j}$ dans le matériau ? discuter les variations de son amplitude en fonction de z pour $d \gg \lambda$.
   (d) Pour une plaque d'épaisseur $2d = 1mm$, que peut-on dire de la répartition de champ et de Courant au sein de matériau ? Proposer une modélisation plus simple, à expliciter, de la situation obtenue.

⋆ Exercice 10 :Sphère supraconductrice parfaite

Une bille supraconductrice, de rayon a, est placée dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0} = B_0\overrightarrow{e_z}$. A l'intérieur du supraconducteur parfait(la longueur de LONDON est négligeable). Le champ magnétique est nul.

1. On se propose de déterminer le champ magnétique autour de la bille.
   (a) Préciser les équations et conditions aux limites caractérisant le champ à l'extérieur de la bille.
   (b) Montrer que la superposition au champ $\overrightarrow{B_0}$ du champ crée par un dipôle $\overrightarrow{M}$ à préciser, permet de réaliser des conditions identiques dans la zone(r > a).
   (c) En déduire la répartition du champ magnétique autour de la sphère supraconductrice.
2. Donner l'allure des lignes du champ de $\overrightarrow{B}$, à l'extérieur de la sphère.
3. (a) Quelle est la répartition de courant obtenue sur la sphère supraconductrice ?
   (b) Etablir, à partir de cette répartition, le moment magnétique de la sphère. Le résultat est-il surprenant.

⋆ Exercice 11 :dipôle dans un champ uniforme

On suppose un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E}_a = E_a\overrightarrow{e}_z$ est le champ d'un dipôle de moment $p\overrightarrow{e}_z$ placé à l'origine des coord.

(a) À quelle condition le champ résultant présent-il une équipotentielle sphérique ?
(b) Trouver le rayon de cette équipotentielle.

⋆ Exercice 12 :interactions dipolaires

Un dipôle de moment $\overrightarrow{p}_1 = p_1\overrightarrow{e}_z$est placé à l'origine des coord O. au point de coord $(0;0;a)$ .on place un dipôle de moment$\overrightarrow{p}_2$.

(a) calculer la force qui s'exerce sur $\overrightarrow{p}_2$dans les deux cas suivants : $\overrightarrow{p}_2 = p_2\overrightarrow{e}_z$ et $\overrightarrow{p}_2 = p_2\overrightarrow{e}_x$
(b) Même question pour $\overrightarrow{p}_1 = p_1\overrightarrow{e}_X$?