Mécanique de solide

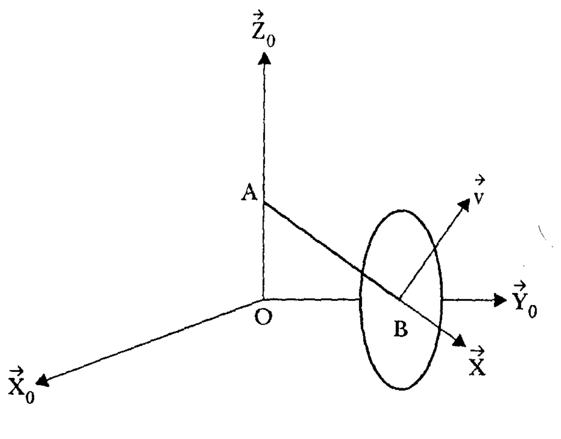
T.D N°1

Cinématique et cinétique du solide

⋆ **Exercice 1 :**

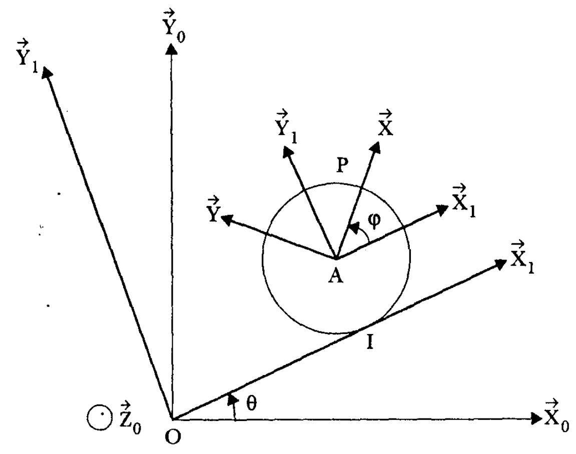
Soit $R_o(0;\overrightarrow{X_o},\overrightarrow{Y_0},\overrightarrow{Z_o})$,un repère fixe orthonormé direct et soit le solide (S) constitué du cercle de centre B et de rayon a, et du segment AB de longueur a.le solide (S) est mobile de façon que $\overrightarrow{OA}=a\overrightarrow{Z_0}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{Z_0}=0$.
Soit P un point lié à la circonférence et soit $R(A,\overrightarrow{X},\overrightarrow{Y},\overrightarrow{Z})$ le repère orthonormé direct défini par : $\overrightarrow{X}=\frac{\overrightarrow{AB}}{a}$ et $\overrightarrow{Z}=\frac{\overrightarrow{BP}}{a}$ .on défini aussi un autre repère orthonormé direct intermédiaire $R_1(0;\overrightarrow{X},\overrightarrow{v},\overrightarrow{Z_o})$

1. Définir les paramètres de position du solide (S).
2. Déterrniner, en fonction des vecteurs de la base associée au repère R_1, le vecteur vitesse instantanée, $\overrightarrow{v}(P/R_0)$, du point P par rapport au repère R_0 .
3. Déterminer. en fonction des vecteurs de la base associée au repère R_1, le vecteur accélération instantanée, $\overrightarrow{a}(P/R_0)$, du point P par rapport au repère R_0.



⋆ **Exercice 2 :**

Soit $R_1(0;\overrightarrow{X_1},\overrightarrow{Y_1},\overrightarrow{Z_o})$ un repère orthonormé direct déduit d'un repère fixe orthonormé direct $R_o(0;\overrightarrow{X_o},\overrightarrow{Y_0},\overrightarrow{Z_o})$ par une rotation $\overrightarrow{\Omega}(R_1/R_o)=\dot{\theta}\overrightarrow{Z_o}$ On matérialise l'axe $\overrightarrow{OX_1}$ sur lequel un cercle (C) de centre A et de rayon a est astreint à se déplacer en restant dans le plan $(\overrightarrow{OX_0},\overrightarrow{OY_0})$ Si I est le point de contact et P un point lié au cercle, on pose : $\overrightarrow{OI}=r\overrightarrow{X_1}$ et $(\widehat{\overrightarrow{AX_1},\overrightarrow{AP}})=\varphi$ On peut aussi définir le repère orthonormé direct lié au cercle (C) par $R(A,\overrightarrow{X},\overrightarrow{Y},\overrightarrow{Z_0})$ avec $\overrightarrow{AP}=a\overrightarrow{X}$ où $\overrightarrow{X}$ est le vecteur unitaire de la direction $\overrightarrow{AP}$. Tous les résultats seront exprimés dans la base associée au repére $R(A,\overrightarrow{X_1},\overrightarrow{Y_1},\overrightarrow{Z_0})$

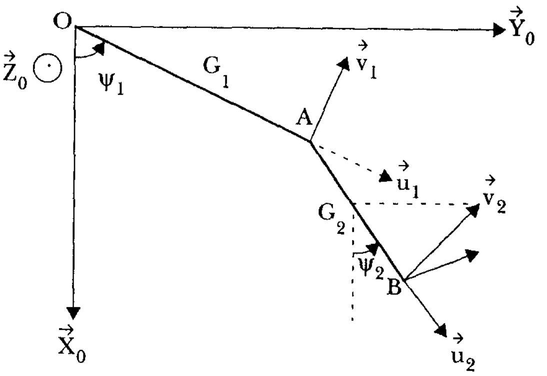


1. Calculer la vitesse de glissement, $\overrightarrow{v}(I\epsilon C/R_1)$, du cercle (C) sur la droite $\overrightarrow{OX_1}$. évaluer $\overrightarrow{v}(I/R_1)$, $\overrightarrow{v}(I/R)$ et retrouver $\overrightarrow{v}(I\epsilon C/R_1)$.
2. Donner l'expression du vecteur accélération de la particule de contactI, $\overrightarrow{a}(I\epsilon C/R_1)$
3. On étudie le mouvement de P dans R_0 considéré comme absolu.si R_1 est repère relatif, donner les expressions :
   (a) des vitesses relatives $\overrightarrow{v}(P/R_1)$. d'entraînement $\overrightarrow{v}(P\epsilon R_1/R_0)$ et absolue $\overrightarrow{v}(P/R_0)$·
   (b) des accélérations relative $\overrightarrow{a}(P/R_1)$. d'entraînement $\overrightarrow{a}(P\epsilon R_1/R_0)$, complémentaire $\overrightarrow{a_c}$ et absolue $\overrightarrow{a}(P/R_0)$.

⋆ **Exercice 3 :**

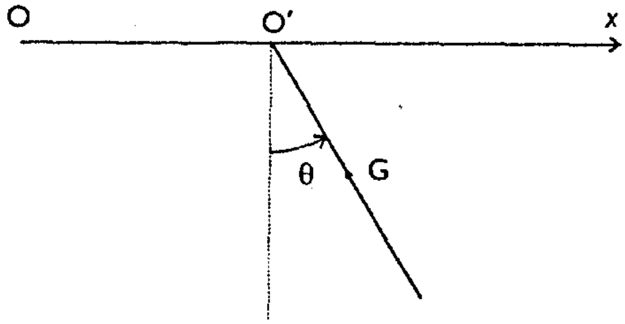
Dans le plan vertical $(\overrightarrow{OX_o},\overrightarrow{OY_0})$ d'un repère fixe orthonormé direct $R_o(0;\overrightarrow{X_o},\overrightarrow{Y_0},\overrightarrow{Z_o})$ où $\overrightarrow{OX_o}$ est la verticale descendante, on considère le mouvement d'un pendule double constitué de deux tiges rectilignes homogènes (OA) et (AB) respectivement de la masse m_1 et m_2, de longueur l_1 et l_2, et de centre de gravité G_1 et G_2, articulées en A.

1. Déterminer le vecteur moment cinétique ,$\overrightarrow{\sigma_0}(OA/R_0)$, en O, de la tige par rapport au repère R_0.
2. Donner l'expression de l'énergie cinétique, $T(OA/R_o)$, de la tige (OA) par rapport à R_o.
3. Déterminer le vecteur moment cinétique, $\overrightarrow{\sigma_0}(AB/R_0)$, en G2, de la tige (AB) par rapport à R_o.
4. Donner l'expression de l'énergie cinétique, $T(AB/R_o)$, de la tige (OA) par rapport à R_o.
5. Déterminer l'énergie cinétique, $T(\Sigma/R_o)$, du système (Σ) ainsi constitué par rapport à R_o.



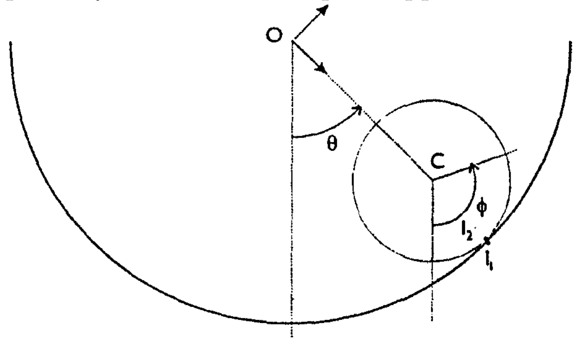
⋆ Exercice 4 :

On suspend une barre homogène de longueur L et de masse m par une de ses extrémités O' à l'axe horizontal (Ox) d'un repère fixe. On note θ l'angle que forme cette barre avec la verticale. L'extrémité 0' se déplace le long de l'axe (Ox) à la vitesse $\dot{x}$. Le moment d'inertie de la tige par rapport à un axe perpendiculaire (suivant l'axe Oz) à la tige et passant G vaut $J = \frac{mL^2}{12}$.
Calculer l'énergie cinétique de la barre dans le référentiel terrestre. On appellera G le barycentre de la tige.



⋆ Exercice 5 :

Un cylindre homogène de masse m, de centre C et de rayon r, roule sans glisser à l'intérieur d'un autre cylindre, fixe, d'axe horizontal, de centre 0 et de rayon R. On appelle θ l'angle que fait la direction OC avec la verticale. On note aussi Φ l'angle dont a tourné le petit cylindre intérieur par rapport à la verticale.



1. En écrivant la condition de roulement sans glissement, établir une relation entre R, r, θ et Φ.
2. Calculer l'énergie cinétique du petit cylindre en fonction de m, R, r et de la dérivée première de l'angle θ.
3. Calculer le moment cinétique du cylindre mobile par rapport à l'axe horizontal passant par 0, et orthogonal au plan de la figure.
4. établir l'équation différentielle du mouvement d'une part en utilisant une méthode énergétique, d'autre part en appliquant directement les théorèmes généraux de la mécanique.