Électromagnétisme

T.D N°2 d'électromagnétisme

Conducteurs en équilibre et Condensateur

II- CONDUCTEURS EN ÉQUILIBRE

⋆ **Exercice 1 :Répartition des charges entre deux sphères conductrices reliées par un fil métallique :**
Deux sphères métalliques, de rayons R_1 et R_2, distantes de Dtrés supérieur à R_1 et R_2, portent respectivement les charges Q_0 et 0. Trouver leurs charges à l'équilibre ainsi que les champs électrostatiques qu'elles produisent dans leur voisinage lorsqu'on les relie par un fil métallique.

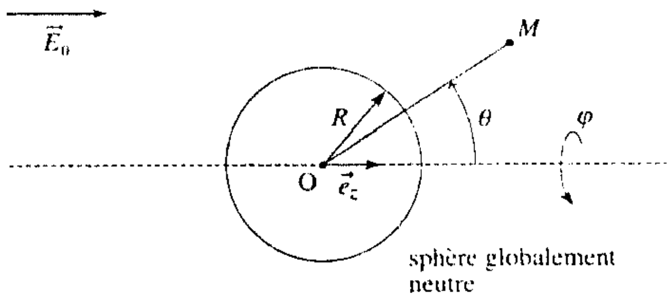
⋆ **Exercice 2 :Répulsion de deux hémisphères chargés**
Une sphère chargée, de rayon R=10cm, est divisée suivant un plan diamétral en deux hémisphères chargés. Entre ces deux hémisphères laissés en contact, s'exerce une force de 0,9N. quel était le potentiel auquel était portée la sphère ? Quelle était son énergie électrostatique ?

⋆ **Exercice 3 :Calotte sphèrique conductrice entourant une sphère conductrice :**
Une sphère conductrice S_1, de rayon $R_1 = 0,2m$, est portée au potentiel $V_1 = 1MV$. on l'entoure d'une calotte sphèrique conductrice S_2, concentrique, de rayon intérieur $R_2 = 1m$, d'épaisseur e=1cm et reliée au sol.

1. Calculer le champ et le potentiel en tout point de l'espace.
2. Quelles sont les charges Q_1 et Q_2 portée par S_1 et S_2 ? Comparer Q_1 à $Q_0 = 4\pi\epsilon_0 R_1 V_1$.

⋆ **Exercice 4 :Capacité mutuelle de deux conducteurs :**
On appelle capacité mutuelle d'un système de deux conducteurs C_1 et C_2, de charge totale nulle $(Q_1 + Q_2 = 0)$, la quantité $C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2}$. Calculer C en fonction des coefficients de capacité C_{ij}. On dit que C_2 est influencé totalement par C_1 si $C_{12} = -C_{11}$. Quelle est alors la valeur de C ?

⋆ **Exercice 5 :Sphère placée dans un champ uniforme :** Une sphère conductrice de rayon R, globalement neutre, est placée dans un champ électrostatique uniforme : $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_z}$. La sphère est prise comme origine des potentiels. On se propose de retrouver l'équilibre électrostatique par deux autres méthodes : une superposition " adéquate et équivalente " et une résolution de l'équation de LAPLACE.



1. Une superposition adéquate :
   Proposer une analogie avec un dipôle électrostatique pour déterminer le champ en tout point extérieur à la sphère. Calculer alors le champ et le potentiel électrostatique en tout point, puis la charge surfacique sur la sphère.
2. Résolution de l'équation de LAPLACE :
   On cherche le potentiel sous la forme d'une fonction à variables séparées :
   $$V(r, \theta, \varphi) = u(r)v(\theta)w(\varphi)$$
   en coordonnées sphériques.
   (a) Déterminer $w(\varphi)$.
   (b) Pourquoi $v(\theta) = cos\theta$ est-elle une solution acceptable ?
   (c) Cherche des solutions de la forme $u(r) = r^n$ pour conclure.

III- CONDENSATEURS

⋆ **Exercice 6 :Condensateur cylindrique :**
On considère un condensateur cylindrique formé de deux conducteurs coaxiaux 1 et 2, de rayons respectifs R_1 et R_2 L'armature 2 externe est fixe alors que l'armature 1 interne peut avoir un mouvement de translation suivant l'axe vertical ascendant Ox.

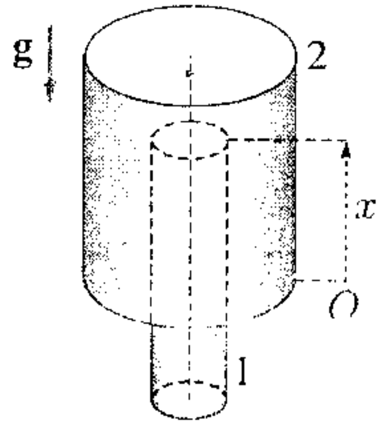


FIG.2 :Condensateur cylindrique.

1. En négligeant les effets de bord, donner l'expression de la capacité C(x)en fonction du paramètre x de pénétration de 1 dans 2.
2. On maintient entre les armatures une différence de potentiel U. Quel doit être la valeur U_0 De U pour que l'armature interne, de masse m, soit en équilibre ?Cet équilibre est-il stable ?
3. En imposant $x = x_0$, le condensateur est chargé sous une d.d.p U_0, puis isolé. Quelle doit être la force supplémentaire F_{op} que l'on doit exercer sur l'armature 1 pour la maintenir en équilibre ?

⋆ **Exercice 7 :Bilan énergétique d'un condensateur plan à armature mobile :** Un condensateur plan est constitué de deux armatures rectangulaires dont l'une 1 de charge Q > 0, est fixe et l'autre 2 se déplace sans frottement sous l'action d'une masse M(voir figure). La poulie a une masse négligeable et le fil reliant 2 à la masse est inextensible.

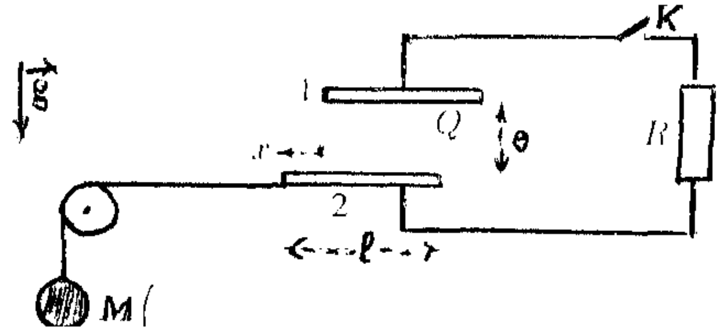
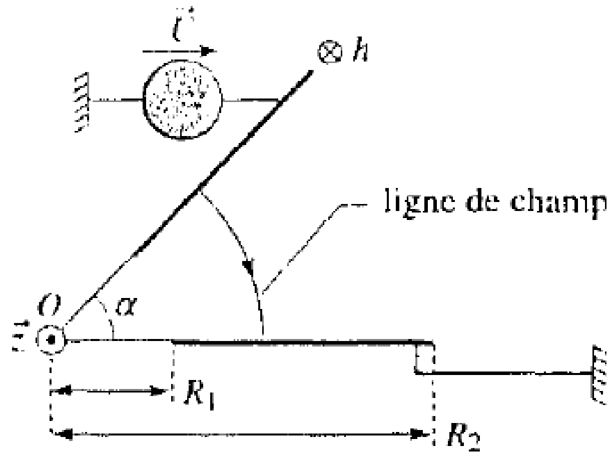


FIG.3 :condensateur plan à armature mobile.

1. Calculer la capacité du condensateur plan en fonction de X=l-x, x caractérisant le déplacement de 2.
2. Le condensateur est isolé avec une charge Q (l'interrupteurK est ouvert). Donner l'expression De l'énergie potentielle totale du système en fonction deX. En déduire la relation entre Q et X à l'équilibre.
3. Montrer que la d.d.p U aux bornes du condensateur est indépendante de Q.
4. La charge Q étant égale à celle Q_0 pour laquelleX à l'équilibre vaut l, on ferme alors K qui Relie le condensateur à un résistor R. Trouver X(t),C(t),Q(t) et $\frac{dQ}{dt}$ lorsque l'armature 2 se déplace avec un mouvement de translation rectiligne uniforme, de vitesse v_0 par rapport au reste du système. Quel est le courant I dans le résistor ?
5. Effectuer le bilan énergétique entre les instants initial ou x=0 et final ou x=l.

⋆ **Exercice 8 :Condensateur diédrique** : Le condensateur diédrique est formé par deux armatures rectangulaires planes de surface $S = h(R_2 - R_1)$, qui font entre elles un angleα. Dans le cas ou on néglige les effets de bord, les lignes de champ sont des arcs de cercles d'axe(Oz).



1. Quelle est la forme des équipotentielles dans le condensateur ?
2. La répartition des charges sur les armatures sera-t-elle uniforme ?déterminer la répartition de ces charges.
3. Quelle est la capacité du condensateur ?
4. Quel est le moment des forces exercées sur les armatures par rapport à l'axe du dièdre ?
5. Calculer l'énergie stockée par le condensateur à l'aide de la densité volumique d'énergie associé au champ et retrouver ainsi l'expression de la capacité de condensateur.