Électromagnétisme

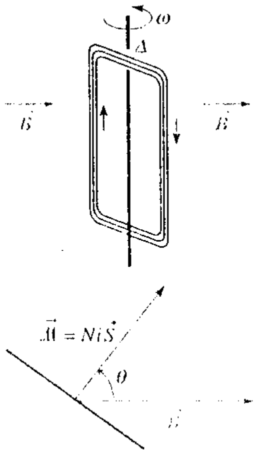
T.D N°5 d'électromagnétisme

Induction

⋆ **Exercice 1 :Alternateur rudimentaire**

Une bobine plate de N=200 spires, d'aire $S = 20cm^2$, tourne avec une vitesse angulaire constante $\omega = 10rad.s^{-1}$ entre les pôles d'un aimant en " U ", qui produit un champ B=0,2 T supposé uniforme et normal à l'axe de rotation.

La bobine dont les bornes sont reliées, possède une résistance$R = 1\Omega$. Le champ qu'elle crée est négligeable devant celui de l'aimant.

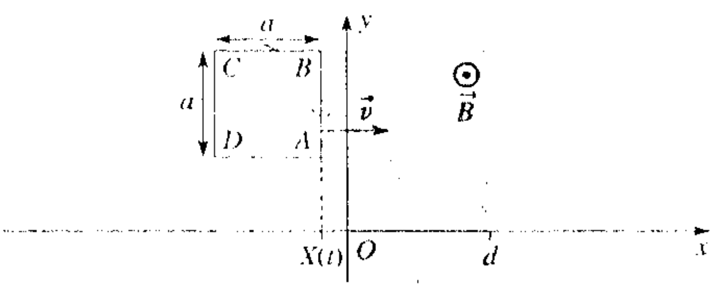


1. Calculer la f.e.m. d'induction induite par le mouvement de la bobine.
2. Déterminer le moment Γ par rapport à l'axe qu'il faut exercer pour entretenir la rotation (on pourra proposer plusieurs méthodes).

⋆ **Exercice 2 :Déplacement d'un cadre conducteur**

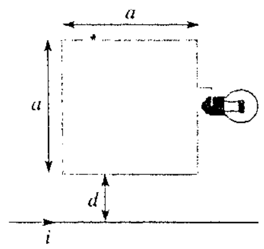
On suppose que le champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e}_z$ est uniforme et constant entre les plans (x=0) et(x=d), et nul ailleurs. Un cadre conducteur carré, de côtéa(a<d), de résistance totale R et de côtés parallèles aux axes (Ox) et(Oy), circule avec une vitesse constantev $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{e}_x$. On désigne par X(t) l'abscisse du côté avant du cadre. Déterminer en fonction de X le courant i et la force électromagnétique$\overrightarrow{F}$ résultante Qui s'exerce sur le cadre :

1. En calculant le champ électromoteur ;
2. En utilisant la loi de FARADAY ;
3. 3) Par un bilan énergétique.



⋆ **Exercice 3 :Induction prés d'une ligne électrique**

Une ligne haute tension transporte un courant sinusoïdal de fréquence 50Hz et de valeur efficaceI=1kA. On approche une bobine plate de N spires carrées de côté a=30cm à une distance d=2cm comme indiqué sur le schéma Cette bobine, d'inductance et de résistance négligeables, est fermé sur une ampoule qui s'éclaire si la tension efficace à ses bornes est supérieure à1,5 V. Déterminer le nombre de spires nécessaire



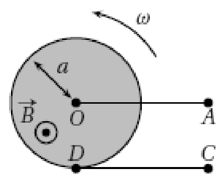
⋆ **Exercice 4 :Roue de BARLOW génératrice**

Une " roue de BARLOW " est un disque conducteur mince de rayon a, tournant autour de son axe de symétrie, et soumise à un champ magnétique constant. Elle est reliée à deux bornes fixes par son axe (conducteur) et par un contact fixe et quasi ponctuel qui frotte en D sur la circonférence.

Pour les calculs, on supposera que le champ $\overrightarrow{B}$ est uniforme et normal au disque.

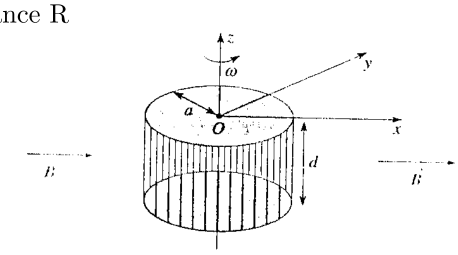
Déterminer la tension u_AC (mesurable à courant nul) en fonction de la vitesse de rotation ω de la roue.

Données :B=0,2T ;a=3cm ; $\omega = 10rad.s^{-1}$.



⋆ **Exercice 5 :Freinage électromagnétique**

Deux disques de cuivre de rayon a, parallèles, de même axe (Oz) et distance de d, sont reliés par N fils fins, paralléles à(Oz), réguliérement répartis sur la circonférence, et chacun de résistance R



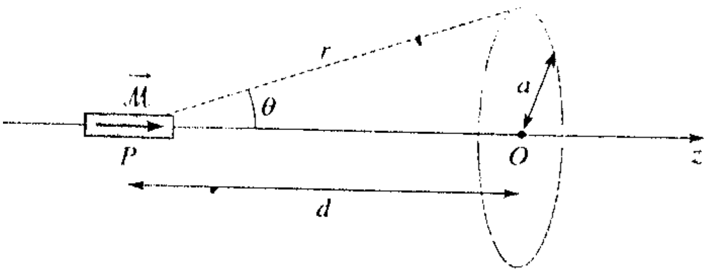
N est très grand, et on néglige la résistance des disques. L'ensemble, plongé dans un champ magnétique uniformeB $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e}_x$, peut tourner autour de l'axe(Oz). On note J le moment d'inertie du système par rapport à(Oz).

1. Montrer que la tension u entre les deux disques est nulle.

2. En l'absence de tout frottement mécanique, déterminer la loi d'évolution $\omega(t)$ de la vitesse angulaire.

⋆ Exercice 6 :Action d'un aimant mobile sur une bobine

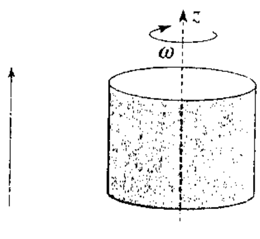
Une bobine b, de centre O et d'axe(Oz), est constituée de N spires circulaires de rayona. Elle est fermée sur elle-même ; sa résistance est R et son inductance est négligeable.
On approche de la bobine un aimant le long de l'axe(Oz), à la vitesse v constante. On suppose que le champ crée par l'aimant est le même que celui d'un dipôle magnétique de moment M, situé enP, colinéaire à(Oz).



On admettra l'expression du potentiel vecteur $\overrightarrow{A}(M)$ en un point M, crée par un dipôle de moment M situé en P : $\overrightarrow{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\overrightarrow{M} \bigwedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$
Déterminer, en fonction de l'angle θ du schéma, la force $\overrightarrow{F}$ exercée par l'aimant sur la bobine.
Pour quelle distance d_0 cette force est-elle maximale ? On exprimera d_0 en fonction de a.

⋆ Exercice 7 :Champ électromoteur dans un cylindre en rotation

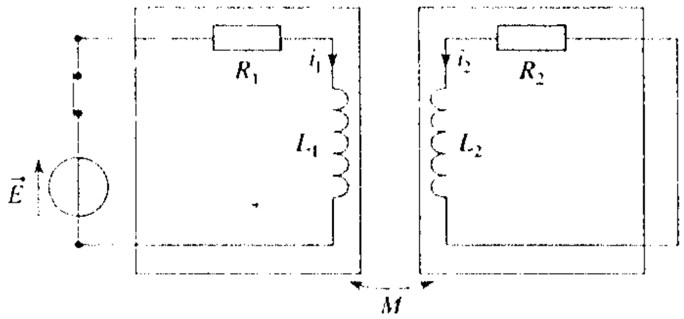
Un cylindre conducteur, homogène, de rayon a et très long, est en rotation de vitesse angulaire constante ? autour de son axe(Oz). Un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e}_z$ est appliqué.



Montrer qu'en régime permanent, il existe des charges électriques dans le cylindre et sur sa surface (on pourra faire toute approximation utile).

⋆ Exercice 8 :Régime transitoire dans deux circuits couplés

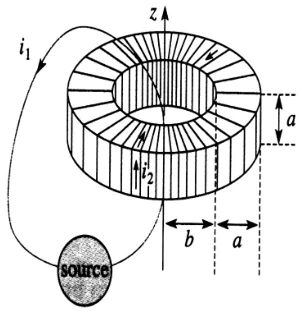
Soit deux circuits couplés. Pour simplifier les calculs, on suppose que le coefficient d'inductance mutuelle M est positif(M>0),$L_1 = L_2 = L$ et$R_1 = R_2 = R$.E est constant.



1. Ecrire les deux équations différentielles couplées vérifiées par $i_1(t)$ et $i_2(t)$ lorsque l'interupteur est fermé.
2. En déduire deux équations différentielles découplées par un changement de variable simple.
3. L'interrupteur est fermé à l'instantt=0.
   – Déterminer $i_1(t)$ et $i_2(t)$ dans le cas ou Mest inférieur à L.
   – Reprendre ce dernier calcul dans le cas limite du couplage parfait (pourL=M).

⋆ Exercice 9 :Inductance mutuelle d'une spire et d'une bobine torique

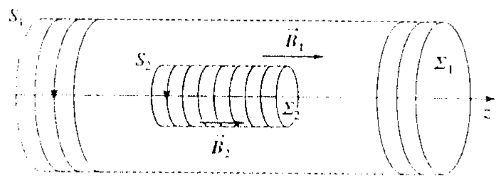
N spires sont régulièrement bobinées sur un tore de section carrée de côté a, d'axe (Oz) et de rayon intérieur b.
Cette bobine a une résistance ohmique totaleR_2.
Une spire parcourue par un courant $i_I = i_Imcos\omega t$ enlace le tore.



1. Calculer l'inductance L_2 de la bobine torique et l'inductance mutuelle M des deux circuits en respectant les orientations de la figure.
2. La bobine torique est fermée sur elle-même. Calculer le courant i_2 dans cette bobine, en régime sinusoïdal.
3. La bobine torique est reliée à un voltmètre. Déterminer la tension maximale entre ses bornes.

⋆ Exercice 10 :Couplage entre deux solénoïdes

Deux solénoïdes S_1etS_2, de section circulaire, ont pour caractéristiques :



– n_1 et n_2 spires par unité de longueur ;
– Sections d'aires $\sum_1$et $\sum_2$ ($\sum_2 < \sum_1$) ;
– Longueurs $l_1$et l_2 ($l_2 \leq l_1$) suffisamment grandes pour pouvoir négliger les effets d'extrémités ;

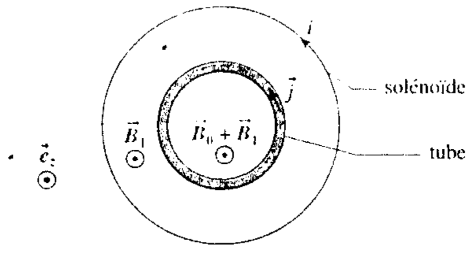
– Résistances R_1 et R_2.

S_1 est placé à l'intérieur de S_1 et leurs axes de symétrie sont confondus.

1. Déterminer les inductances L_1et L_2 ainsi que la mutuelle inductance M.
2. S_2 est fermé sur lui-même etS_1 est parcouru par un courant sinusoïdal de pulsation ?, qui crée un champ magnétique $\overrightarrow{B}_1 = B_1(t)\overrightarrow{e}_z$, à l'intérieur de$S_1$. Soit alors$\overrightarrow{B}_2 = B_2(t)\overrightarrow{e}_z$, le champ magnétique (total) qui règne à l'intérieur deS_2. Déterminer le rapport des amplitudes B_{2m}/B_{1m} des deux champs.
3. Une tension en créneauxμ_1, de valeur $\pm U_0$ et de période T grande devant les constantes de temps des solénoïdes, alimenteS_1. De plus,S_2 est reliée à un oscilloscope($i \approx 0$). Déterminer la tension u_2 aux bornes deS_2.
4. Les deux solénoïdes, bobinés dans le même sens. Sont branchés en parallèle et sont alimentés par une tension sinusoïdale de pulsionω. On suppose : $R_1 = R_2 = R$;$n_1 = n_2 = n$ et $l_1 = l_2 = l$. Déterminer le rapport des valeurs maximales des courants $i_1$eti_2.

⋆ **Exercice 11 :Résistance équivalente aux pertes par courant de FOUCAULT**

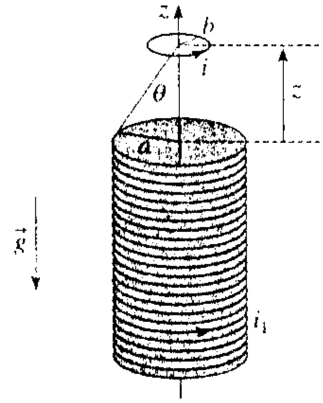
A l'intérieur d'un solénoïde très long, de longueur l, comportant N spires d'aires S, normales à l'axe (Oz)et de résistanceR_0, on introduit un tube cylindrique creux conducteur de conductivitéγ, de rayon a et de même longueur l. La paroi du tube est suffisamment mince pour y négliger l'effet de peau et son épaisseur b est faible devant a.



1. Rappeler l'expression de l'inductance L_0 du solénoïde en l'absence du tube.
2. Le solénoïde est traversé par un courant sinusoïdal $i = i_m cos\omega t$ et il apparaît dans le tube un courant induit de densité volumique$\overrightarrow{j}$.
   – Déterminer, en utilisant les symétries et le théorème d'AMPERE, le champ $\overrightarrow{B}_0$ crée par le courant i , puis le champ $\overrightarrow{B}_1$ crée par le courant induit dans le tube.
   – Déterminer l'impédance complexe : $Z(\omega) = R(\omega) + jL(\omega)\omega$ entre les bornes du solénoïde, en fonction de L_0,γ, ω,a et b.
   – Un solénoïde, de section circulaire de rayon a=1cm, est bobiné sur un anneau (creux) de cuivre de conductivité $\gamma = 6,0.10^7 S.m^{-1}$ et d'épaisseurb=1mm. En basse fréquence la résistance du solénoïde est $R_0 = 10\Omega$ et son inductance est $L_0 = 0,1H$. preciser les fréquences pour lesquelles de modèle précédent est acceptable et calculer l'ordre de grandeur deR(ω) à1Hz.

⋆ **Exercice 12 :Lévitation magnétique**

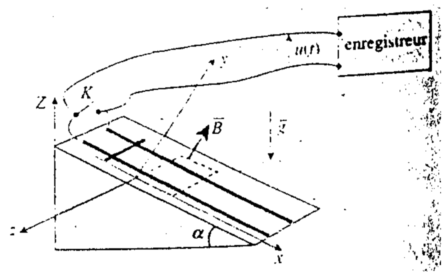
Un long solénoïde vertical (semi-infini) à section circulaire (de rayon a et ayant n spires jointives par unité de longueur) est parcouru par$i_I = i_{1m} cos\omega t$. Une bobine circulaire constituée de N spires de rayonb($b \ll a$), de résistance R, d'inductance L et de massem, est placée au-dessus du solénoïde, à une distance z de son extrémité. On repèrera la position de la bobine par l'angleθ.



1. Calculer la force magnétique moyenne <F> appliquée à la bobine. Pour quelle valeur i_{01m} de i_{1m} la spire peut-elle léviter, juste au-dessus du solénoïde, à la cote z ? l'équilibre est-il stable ?
2. Quelle est alors la puissance P_0 dissipée par effet JOULE dans la bobine ?
3. A.N :L=0,7mH ;b=1cm ;a=3cm ;mg=0,3N ;N=100 ;$n = 10^4 spires.m^{-1}$. omparer les valeurs de R et $L\omega$? calculer $i_0 Im$ etP_0.

⋆ **Exercice 13 :Tige mobile sur deux rails inclinés :**

Deux rails conducteurs sont disposés selon la ligne de plus grande pente d'un plan incliné. Leur écartement est d, et ils font un angle α avec l'horizontale. Un barreau cylindrique de masse m et de rayon r roule sans glisser sur les rails, en leur restant perpendiculaire. On néglige le frottement de roulement et le frottement sur l'air. Le moment d'inertie J de la tige cylindrique par rapport à son axe de symétrie est $J = 1/2mr^2$. La vitesse du barycentre G du barreau est $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{e}_x$.



1. Etude mécanique :
   Déterminer l'énergie cinétique du barreau et son énergie potentielle en fonction de v et x. En déduire l'accélération $\overrightarrow{a}_G$ de son barycentre en l'absence de phénomènes électromagnétiques.
2. Effets de l'induction :
   Le barreau arrive en x=0 avec vitesse v_0 dans une zone de longueur a ou règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e}_x$. La résistance R des rails et de la tige. Essentiellement due aux contacts, peut être considérée comme indépendante de la position du barreau.
   Données : B=0,1T ;$R = 0,1\Omega$;d=a=5cm ; $v_0 =$

$1m.s^{-1}$;m=10grammes ; $\alpha = 5^{\circ}$; $g = 9,81m.s^{-2}$. On fera les approximations suggérées par ces valeurs numériques.

(a) L'interrupteur K est ouvert et on registre la tension entre les rails. Quelle est la forme de v(t).

(b) L'interrupteur K est fermé. Ecrire l'équation différentielle vérifie par la fonction v(t).

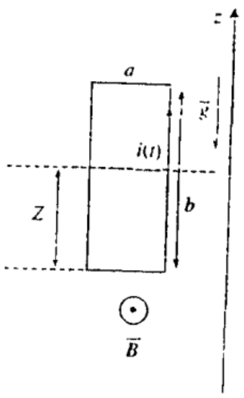
(c) On réalise les deux expériences. L'une avec l'enregistreur de tension (de grande impédance d'entrée) et l'autre avec le circuit fermé. La différence entre les deux valeurs de v(t) est-elle significative ?

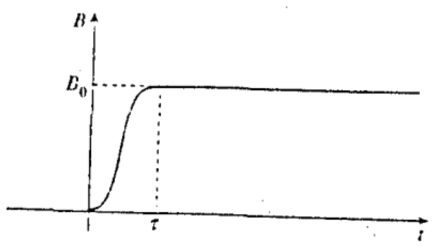
⋆ Exercice 14 :Lévitation d'une spire supraconductrice :

Une spire rectangulaire supraconductrice de masse m est partiellement plongée dans l'entrefer d'un électro-aimant comme indiqué sur la figure. Pour simplifier, on admet que le champ $\overrightarrow{B}$ appliqué par l'électro-aimant est uniforme et égal à $B(t)\overrightarrow{e}_y$ (Oy étant l'axe horizontal perpendiculaire au plan de la figure) dans l'entrefer et nul en dehors. On admet, pour cet exercice, que la spire supraconductrice peut se traiter comme une spire " ordinaire ", dotée d'une inductance L, mais de résistance nulle.

La spire peut se déplacer en translation parallèlement à l'axe vertical(Oz). Soit Z la hauteur (Z est donc une longueur positive ou nulle) de la partie plongée dans champ, et $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{e}_z$ sa vitesse. En plus de la force de Laplace et de son poids, la bobine est soumise à une force de frottement opposée à la vitesse $\overrightarrow{F}_{frot} = -f\overrightarrow{v}$.

Initialement, le champ est nul, le courant est nul dans la bobine qui est immobile, et $Z = Z_0$. A t=0, l'électro-aimant est mis sous tension et le champ B(t)croit très rapidement, puis se stabilise à la valeur B_0.





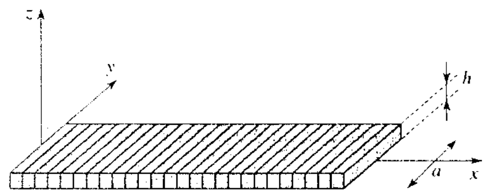
1. Ecrire les équations (différentielles ou nom) couplées reliant B(t),i(t)et z(t).
2. Déterminer le courant final et la valeur finale Z_{eq} de Z. Décrire les petits mouvements autour de la position d'équilibre.
A.N :a=b=3cm ;$L = 2,0.10^{-7}H$;m=3grammes ;B=0,1T ;$g = 9,81m.s^{-2}$. On pourra admettre qu'au cours du mouvement. Z reste toujours inférieur à b.

⋆ Exercice 15 :Courants de Foucault dans une plaque métallique

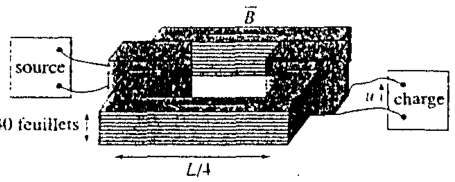
Une plaque mince de métal, de longueur L, de largeur a et d'épaisseur h très petit devant a est placée à l'intérieur d'une bobine parcourue par un courant alternatif. Il en résulte un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0 cos\omega t\overrightarrow{e}_x$, orienté selon la longueur de la plaque.

On adopte, pour le champ et le courant, le modèle suivant :

– $\overrightarrow{B}$ est uniforme dans tout le volume du métal dont la conductivité est γ ;
– Le vecteur densité de courant est, en dehors d'une bordure de faible extension, de la forme : $\overrightarrow{j} = j(z,t)\overrightarrow{e}_y$.



1. A quelle condition portant sur h,ω et γ l'hypothèse " $\overrightarrow{B}$ uniforme " est-elle acceptable ? on ne demande pas de démonstration.
2. Justifier l'hypothèse sur $\overrightarrow{j}$, et déterminer la fonction j(z,t).
3. Calculer la puissance moyenne P_1 dissipée par les courants de Foucault.



4. La plaque est remplacée par N plaques d'épaisseur h/N séparées deux à deux par une mince couche d'isolant. Exprimer la puissance moyenne P_N dissipé par les courants de Foucault en fonction de P_1 et de N.
5. Un transformateur est constitué de deux bobines enroulées autour d'un cadre en alliage à base de fer de conductivité égale à $10.10^7 S.m^{-1}$. Ce cadre a une longueur moyenne L=50cm et une section carrée de $4cm \times 4cm$; il est divisé en 40 feuilles électriquement isolés. On néglige l'épaisseur des couches d'isolant par rapport à celle des feuilles de fer.

Le secondaire est constitué par une bobine de 2000 spires, la tension à ses bornes est sinusoïdale, de fréquence égale à 50Hz et sa valeur efficace est de 220 volts. Calculer (de façon approchée) la puissance dissipée par les courants de Foucault.